

This question paper contains 32 printed pages+9 Tables]

Your Roll No.

6305

B.A. (Hons.)/II Sem.

B

ECONOMICS : Course : 05

Statistical Methods in Economics-II

(Admissions of 2011 and onwards)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 75

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note :— Answers may be written either in English or in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

Attempt any *one* question out of question Nos. 1 and 2. 10

प्रश्न संख्या 1 और 2 में से किसी एक प्रश्न को कीजिए।

1. Random samples of size 2 are drawn from the finite population which consists of the numbers – 5, 6, 7, 8, 9 and 10.

(a) Calculate the mean and standard deviation of the population.

P.T.O.

- (b) List all possible samples of size 2 that can be drawn without replacement.
- (c) Construct the sampling distribution of the mean for these samples.
- (d) Calculate the mean and standard deviation of the probability distribution obtained above and illustrate their relation with the corresponding population values.

परिमित समष्टि, जिसमें 5, 6, 7, 8, 9 और 10 संख्याएँ हैं, आकार

2 के यादृच्छिक सैम्पलों को निकाला गया :

(क) समष्टि के माध्य और मानक विचलन का परिकलन

कीजिए।

- (ख) आकार 2 के सभी संभव सैम्पलों की सूची दीजिए जिन्हें प्रतिस्थापन बिना निकाला जा सकता है।
- (ग) इन सैम्पलों के लिए माध्य के सैम्पलिंग बंटन की रचना कीजिए।
- (घ) ऊपर प्राप्त किए गए प्रायिकता बंटन के माध्य और मानक विचलन का परिकलन कीजिए और अनुरूपी समष्टि मानों से इनके संबंध का विस्तार से वर्णन कीजिए।

Or

(अथवा)

2. (a) Consider the following population of 10 numbers :

$$5+5=10$$

20, 25, 13, 19, 9, 15, 11, 7, 17, 30.

- (i) Rich selected one sample of 9 members from this population. The sample included the numbers :

20, 25, 13, 9, 15, 11, 7, 17, 30.

Calculate the sample mean and sampling error for this sample.

- (ii) When Rich calculated the sample mean he mistakenly used the numbers :

20, 25, 13, 9, 15, 11, 17, 17, 30.

What is the additional error (non-sampling error) in this case ?

- (b) The mean of a random sample of size 50 is used to estimate the mean of a very large population consisting of attention spans of persons over 65 which has a

standard deviation of 2.4 minutes. What can we assert about the probability that the error (the difference between the sample mean and the population mean) will be less than 1.2 minutes if we use the 'Central Limit Theorem' ?

(क) 10 संख्या वाली निम्नलिखित समष्टि पर विचार कीजिए :

20, 25, 13, 19, 9, 15, 11, 7, 17, 30.

(i) रिच ने इस समष्टि से 9 संख्याओं के एक सैम्पल का चयन किया। सैम्पल में ये संख्याएँ शामिल थीं :

20, 25, 13, 9, 15, 11, 7, 17, 30.

इस सैम्पल के लिए सैम्पल माध्य और सैम्पलिंग त्रुटि का परिकलन कीजिए।

(ii) जब रिच ने सैम्पल माध्य का परिकलन किया उसने गलती से इन संख्याओं को काम में लिया :

20, 25, 13, 9, 15, 11, 17, 17, 30.

इस केस में अतिरिक्त त्रुटि (गैर-सैम्पलिंग त्रुटि) क्या है ?

(ख) आकार 50 वाले यादृच्छिक सैम्पल के माध्य को, अत्यंत बड़ी समष्टि के माध्य का अनुमान लगाने के लिए प्रयोग में लिया गया जिसमें 65 से ऊपर के लोगों की ध्यान-विस्तृति शामिल है जिसका मानक विचलन 2.4 मिनट है। इस प्रायिकता के बारे में हम क्या निश्चय कर सकते हैं कि त्रुटि (सैम्पल माध्य और समष्टि माध्य के बीच अंतर) 1.2 मिनट से कम होगी यदि हम केंद्रीय सीमा प्रमेय का इस्तेमाल करते हैं।

Attempt any *two* questions out of Q. Nos. 3, 4 and 5.

10+10=20

प्रश्न सं. 3, 4 और 5 में से किन्हीं दो प्रश्नों को
कीजिए।

3. (a) Clearly illustrate the difference between an estimate and an estimator with the help of an example.

- (b) A population has a density function given by

$$f(x) = \begin{cases} (k+1)x^k & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

For n observations x_1, x_2, \dots, x_n made

from this population, find the 'Maximum Likelihood

Estimator' of k .

4+6

(क) उदाहरण की मदद से आकलन और आकलक में अन्तर को स्पष्ट रूप में दर्शाइए।

(ख) एक समष्टि का घनत्व फलन इससे ज्ञात होता है :

$$f(x) = \begin{cases} (k+1)x^k & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

इस समष्टि से किए गए n प्रेक्षणों के लिए x_1, x_2, \dots, x_n के अधिकतम संभावित आकलक को ज्ञात कीजिए।

4. (a) What are the various alternatives for reducing the width of a confidence interval ? Which is the better alternative ?
- (b) To test the durability of a new paint for white centrelines, a highway department painted strips across heavily travelled roads in 8 different locations and

electronic counters showed that they deteriorated after being crossed by 142600, 136500, 167800, 108300, 126400, 133700, 162000 and 149400 cars (All values are to the nearest hundred). Construct a 95% confidence interval for the average number of crossings this paint can withstand before it deteriorates. 3+7

(क) विश्वास्यता अंतराल की चौड़ाई को घटाने के लिए विभिन्न विकल्प कौनसे हैं ? कौनसा विकल्प बेहतर है ?

(ख) सफेद केंद्र रेखाओं के लिए नए पेन्ट के चिरस्थायित्व की जाँच करने के लिए राजमार्ग विभाग ने 8 भिन्न स्थानों में अत्यधिक यातायात वाली सड़कों पर धारियों

को पेन्ट किया और इलेक्ट्रॉनिक काउन्टर्स ने प्रदर्शित किया कि ये रेखाएँ 142600, 136500, 167800, 108300, 126400, 133700, 162000 और 149400 कारों के (सभी मान निकटतम 100 में हैं) वहाँ से पार होने के बाद खराब हो गईं। इस पेन्ट को पार करने वाली कारों की औसत संख्या के लिए 95% विश्वास्यता अंतराल की रचना कीजिए जो संख्या यह पेन्ट खराब होने से पहले सह सकता है।

5. (a) While performing a certain task under simulated weightlessness, the pulse rate of 12 astronauts increased on the average by 27.33 beats per minute with a standard deviation of 4.28 beats per minute. If we use $\bar{X} = 27.33$ as an estimate of the true average increase

of the pulse rate of astronauts performing the given task, what can we assert with 99% confidence about the maximum size of our error ?

- (b) A random sample of $n = 5$ specimens of a certain kind of ice-cream has a mean fat content of 12.7% and a standard deviation of 0.38%. Construct a 95% confidence interval for the standard deviation of the population sampled. Assume the population to be normally distributed.

5+5

- (क) अनुकारित भारहीनता के तहत किसी कार्य का निष्पादन करते समय 12 अंतरिक्षयात्रियों की स्पंद दर औसतन 27.33 स्पंद प्रति मिनट बढ़ गई और मानक विचलन

4.28 स्पंद प्रति मिनट रहा। यदि हम अंतरिक्षयात्रियों की, दिए गए कार्य को करते समय, स्पंद दर की यथार्थ औसत वृद्धि के अनुमान के रूप में $\bar{X} = 27.33$ का प्रयोग करें, तो हम हमारी त्रुटि के अधिकतम आकार पर 99% विश्वास्यता के साथ कितना जोर डाल सकते हैं ?

- (ख) एक विशेष किस्म की आइसक्रीम के $n = 5$ स्पेसिमेनों के यादृच्छिक सैम्पल की माध्य वसा मात्रा 12.7% और मानक विचलन 0.38% है। सैम्पल के रूप में ली गई समष्टि के मानक विचलन के लिए 95% विश्वास्यता अंतराल की रचना कीजिए। मान लीजिए कि समष्टि सामान्यता वितरित है।

Attempt any *one* question out of Q. Nos. 6 and 7. 5

प्रश्न सं. 6 और 7 में से किसी एक प्रश्न को कीजिए ।

6. A Telephone Company provides long-distance telephone service in an area. According to the Company's records the average length of all long distance calls placed through this company in 2010 was 12.44 minutes. The Company's management wanted to check if the mean length of the long distance calls in 2011 is different from 12.44 minutes. A sample of 150 such calls produced a mean length of 13.71 minutes with a standard deviation of 2.65 minutes. Using the 2% level of significance, state your conclusion.

एक टेलीफोन कंपनी एक क्षेत्र में लम्बी दूरी वाली टेलीफोन सेवा उपलब्ध करा रही है। कंपनी के रिकार्ड के अनुसार सभी लम्बी दूरी की कॉलों की औसत

लम्बाई, जो 2010 में कंपनी के जरिए की गई, 12.44 मिनट थी। कंपनी का प्रबंधन यह जाँच करना चाहता है कि 2011 में लम्बी दूरी की कॉलों की माध्य लम्बाई 12.44 से भिन्न है। 150 ऐसी कॉलों के सँपल ने 13.71 मिनट की माध्य लम्बाई उत्पन्न की जिसमें मानक विचलन 2.65 मिनट का है। 2% सार्थकता स्तर का प्रयोग करते हुए अपने निष्कर्ष का उल्लेख कीजिए।

7. In early 1990s Sony Corporation introduced its 32-bit Playstation in the home videogame market. Management hoped the new product would increase monthly U.S. sales above the \$283 mn. Sony had experienced the previous decade. A 40-month sample reported a mean of \$ 297 mn. Assume a standard deviation of \$97 mn. Calculate and interpret the P-value of the test. What will your conclusion be if the level of significance is 1% ?

1990 के दशक के आरंभ में सोनी कॉर्पोरेशन ने गृह विडियोगेम बाज़ार में अपने 32-बिट के प्लेस्टेशन को प्रवर्तित किया। प्रबंधन को आशा थी कि यह नया उत्पाद अमरीका में मासिक बिक्री को बढ़ाकर 283 मिलियन डॉलर कर देगा। सोनी ने पिछले दशक में ऐसा अनुभव किया था। 40 महीने के सैम्पल ने 297 मिलियन डॉलर के माध्य की सूचना दी। मान लीजिए कि मानक विचलन 97 मिलियन डॉलर है। परीक्षण के P-मूल्य का परिकलन कर व्याख्या कीजिए। यदि सार्थकता स्तर 1% हो, तो आपका निष्कर्ष क्या होगा ?

Attempt any *two* questions out of Q. Nos. 8, 9, 10. 10+10=20

प्रश्न सं. 8, 9, 10 में से कोई से दो प्रश्न कीजिए।

8. (a) Define Type I error and Type II error and explain with the help of diagrams.
- (b) The print on the packages of 100 watt Electric light bulbs states that they have an average life of 750

hrs. Assume that the standard deviation of the lengths of lives of these bulbs is 50 hrs. A skeptical consumer does not think these bulbs last as long as the manufacturer claims and she decides to test 64 randomly selected bulbs. She has set up the decision rule that if the average life of these bulbs is less than 735 hrs, then she will conclude that the company has printed too high an average life on the packages. Approximately what level of significance is the consumer using ? 5+5

(क) टाइप I त्रुटि और टाइप II त्रुटि की परिभाषा दीजिए और आरेखों की मदद से व्याख्या कीजिए।

(ख) 100 वाट के बिजली के बल्बों की पैकिंगों पर छपा विवरण यह बताता है कि इनका औसत

जीवन 750 घंटे है। मान लीजिए कि इन बल्बों के जीवनो की लम्बाई का मानक विचलन 50 घंटे है। एक अविश्वासी उपभोक्ता यह नहीं सोचता है कि ये बल्ब निर्माता द्वारा किए गए दावे के अनुसार लंबे समय तक काम देंगे और वह 64 यादृच्छिक रूप में चुने गए 64 बल्बों की जाँच करने का तय करती है। उसने यह नियम तय किया है कि यदि इन बल्बों का औसत जीवन 735 घंटे से कम हुआ तो वह यह निष्कर्ष निकालेगी कि कंपनी ने पैकिंग पर औसत जीवन बहुत अधिक छपवा रखा है। सन्निकटतः सार्थकता के किस स्तर का उपभोक्ता काम में ले रहा है।

9. A drilling company tests two drill bits by sinking wells to a maximum of 112 feet and recording the number of hours

the procedure, took. The first bit was used in 12 cases, resulting in a mean time of 27.3 hours and standard deviation 8.7 hours. Ten wells were dug with the second bit in a mean time of 31.7 hours and standard deviation 8.3 hours.

- (i) Test the $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ against $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$. Set $\alpha = 0.10$. There is no evidence to suggest that variances are equal.
- (ii) Redo the above test if the drilling company felt drilling times had equal variances. 5+5

एक ड्रिलिंग कंपनी दो ड्रिल-बिटों की जाँच अधिकतम 112 फीट गहराई तक कुआँ को खोद कर करती है और इस प्रक्रिया में लगे घंटों को रिकार्ड करती है। पहले बिट को 12 केसों में प्रयोग में लिया गया था जिसके परिणामस्वरूप माध्य समय 27.3 घंटे देखा गया और मानक विचलन 8.7

घंटे। दूसरी बिट से 10 कुएँ खोदे गए जिनमें माध्य समय 31.7 घंटे लगे और मानक विचलन 8.3 घंटे है।

(i) $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ के विरुद्ध $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ जाँच कीजिए। समुच्चय $\alpha = 0.10$. कोई प्रमाण ऐसा नहीं है जो यह सुझाए कि प्रसरण बराबर हैं।

(ii) उपर्युक्त परीक्षण को फिर से कीजिए यदि ड्रिलिंग कंपनी यह महसूस करे कि ड्रिलिंग-समय में समान प्रसरण है।

10. (i) The manager of a restaurant in a large city claims that waiters working in all restaurants in his city earn an average of \$150 or more in tips per week. Test this hypothesis if a random sample of 25 waiters selected

from restaurants of this city yielded a mean of \$139 in tips per week with a standard deviation of \$28.

Assume that the weekly tips for all waiters in this city have a normal distribution. Use $\alpha = 0.01$.

- (ii) Traditionally 35% of all loans by a National Bank have been to members of minority groups. During the past year the bank has undertaken efforts to increase this proportion. Of 150 loans currently outstanding 56 are identified as having been made to minorities. Has the bank been successful in its efforts to attract more minority customers. Test the hypothesis using the 5% level of significance. Also, calculate the P-value of the test and interpret it.

(i) बड़े शहर में स्थित रेस्टोरेन्ट का एक प्रबंधक दावा करता है कि उसके शहर के सारे रेस्टोरेन्टों में काम कर रहे वेटर औसतन 150 डॉलर अथवा अधिक 'टिप' प्रति सप्ताह अर्जित करते हैं। इस परिकल्पना की जाँच कीजिए यदि इस शहर के रेस्टोरेन्टों में से 25 चुने गए वेटरों के यादृच्छिक सैम्पल से प्रत्येक वेटर 139 डॉलर प्रति सप्ताह टिप के रूप में प्राप्त करता है और मानक विचलन 28 डॉलर है। मान लीजिए कि इस शहर में सभी वेटरों को साप्ताहिक टिप का सामान्य वितरण है। $\alpha = 0.01$ का प्रयोग कीजिए।

(ii) परंपरागत रूप में राष्ट्रीय बैंक द्वारा दिए गए सभी ऋणों में से 35% ऋण लेने वाले अल्पसंख्यक समूहों के सदस्य हैं। पिछले वर्ष के दौरान बैंक ने इस

अनुपात को बढ़ाने के प्रयास किए हैं। 150 ऋणों में से इस समय 56 अभी बकाया हैं जो अल्पसंख्यकों को दिए गए ऋण हैं। क्या बैंक और अधिक अल्पसंख्यक ग्राहकों को आकर्षित करने के अपने प्रयास में सफल हुई है। सार्थकता के 5% स्तर का प्रयोग करके इस परिकल्पना की जाँच कीजिए। साथ ही जाँच के P-मान का परिकलन कीजिए और इसकी व्याख्या कीजिए।

Attempt any *two* questions out of Q. Nos. 11, 12 and 13.

10+10=20

प्रश्न सं. 11, 12 और 13 में से कोई दो प्रश्न कीजिए।

11. A random sample of 8 drivers insured with a company and having similar auto insurance policies was selected. The

following table lists their driving experience (in years) and annual auto insurance premiums (in Rs.) :

Driving Experience	Annual Auto Insurance Premium
5	6400
2	8700
12	5000
9	7100
15	4400
6	5600
25	4200
16	6000

- (i) Find the least squares regression line by choosing appropriate dependent and independent variables.
- (ii) Interpret the meaning of the coefficient of the independent variable obtained above.
- (iii) Calculate the coefficient of determination and explain what it means.
- (iv) Predict the annual auto insurance premium for a driver with 10 years of driving experience.
- (v) Construct a 90% Confidence Interval for the population regression coefficient, β .

8 ड्राइवर्सों के एक यादृच्छिक सैम्पल को, जो कि कंपनी के साथ बीमाकृत हैं और जिनके पास समान मोटरवाहन

बीमा पॉलिसियाँ हैं, चुना गया था। निम्नलिखित तालिका उनके मोटरचालन अनुभव (वर्षों में) और वार्षिक मोटर बीमा प्रीमियम (रु. में) की सूची प्रस्तुत करती है :

मोटर-चालन अनुभव	वार्षिक मोटर बीमा प्रीमियम
5	6400
2	8700
12	5000
9	7100
15	4400
6	5600
25	4200
16	6000

- (i) उपयुक्त आश्रित और अनाश्रित परिवर्त्यों को चुनकर न्यूनतम वर्ग समाश्रयण रेखा ज्ञात कीजिए।
- (ii) ऊपर प्राप्त किए गए स्वतंत्र परिवर्तों के गुणांक का अर्थ समझाइए।
- (iii) निर्धारण गुणांक का परिकलन कीजिए और व्याख्या कीजिए कि इसका क्या अभिप्राय है ?
- (iv) 10 साल के मोटर-चालन अनुभव वाले ड्राइवर के लिए वार्षिक मोटर बीमा प्रीमियम का पूर्वानुमान कीजिए।
- (v) समष्टि समाश्रयण गुणांक β के लिए 90% विश्वास्यता अंतराल की रचना कीजिए।

12. (a) The following table gives the information on years of education (X) of farmers and annual yields per acre (Y) on their farms :

X	Y
0	4
2	4
4	6
6	10
8	10
10	8
12	12
14	8
16	6

- (i) Find the regression equation of yield per acre on education and give an economic interpretation to it.
- (ii) What is the magnitude of the 'Explained Variation' in the dependent variable ? Find the coefficient of correlation from it.
- (b) Comment on the following :
- (i) Regression coefficients are independent of change of scale and origin.
- (ii) The two regression lines are mutually perpendicular if X and Y are independent.

(क) निम्नलिखित तालिका कृषकों की शिक्षा (X) के वर्षों की और उनके खेतों पर प्रति एकड़ (Y) वार्षिक उत्पादन की सूचना देती है :

X	Y
0	4
2	4
4	6
6	10
8	10
10	8
12	12
14	8
16	6

- (i) शिक्षा पर प्रति एकड़ उत्पादन का समाश्रयण समीकरण ज्ञात कीजिए और इसकी आर्थिक व्याख्या कीजिए।
- (ii) व्याख्या की गई विभिन्नता का आश्रित परिवर्तों में परिमाण क्या है ? इससे सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए।

(ख) निम्नलिखित पर टिप्पणी लिखिए :

- (i) समाश्रयण गुणांक, मापनी और उद्गम में परिवर्तन पर आश्रित नहीं होते हैं ?
- (ii) दो समाश्रयण रेखाएँ परस्पर लंबवत् हैं यदि X और Y अनाश्रित हैं।

13. (a) If two regression lines corresponding to two variables X and Y meet at a point $(2, 3)$ variance of $X = 4$. Variance of $Y = 1$ and correlation coefficient between X and Y is $1/2$. What is the estimated value of Y for $X = 6$?

- (b) Given that the regression equation of Y on X and of X on Y are respectively $Y = X$ and $4X - Y = 3$ and that the second moment of X about the origin is 2.

Find :

- (i) the correlation coefficient between X and Y .
- (ii) The standard deviation of Y .
- (c) If all points of a scatter plot lie exactly on the regression line the two variables are perfectly correlated. Comment.
- (d) Given the regression coefficient of Y on X is 0.80 and that $u + 3X = 10$ and $2Y + 5v = 25$.

Calculate the regression coefficient of v on u . 2+3+2+3

- (क) दो परिवर्त्यों X और Y के अनुरूप यदि दो समाश्रयण रेखाएँ एक बिन्दु $(2, 3)$ पर मिलती हैं, X का प्रसरण = 4, Y का प्रसरण = 1 और X और Y के बीच सहसंबंध

गुणांक $1/2$ है, तो $X = 6$ के लिए Y का अनुमानित मान क्या है ?

(ख) दिया गया है कि X पर Y का समाश्रयण समीकरण और Y पर X का समाश्रयण समीकरण क्रमशः $Y = X$ और $4X - Y = 3$ हैं और उद्गम पर X का दूसरा आघूर्ण 2 है। ज्ञात कीजिए :

(i) X और Y के बीच सहसंबंध गुणांक।

(ii) Y का मानक विचलन।

(ग) यदि स्कैटर प्लॉट के सभी बिन्दु यथार्थतः समाश्रयण रेखा पर हों, तो दो परिवर्ती पूर्णतः सहसंबंधित हैं। टिप्पणी कीजिए।

(घ) X पर Y का समाश्रयण गुणांक 0.80 दिया गया है और यह कि $u + 3X = 10$ और $2Y + 5v = 25$.

u पर v के समाश्रयण गुणांक का परिकलन कीजिए।

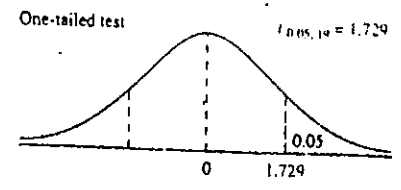
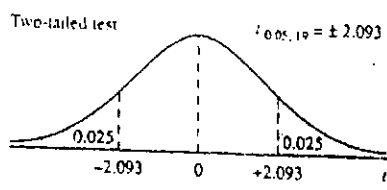
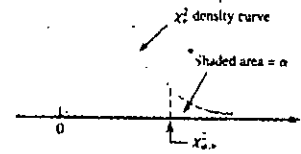


Table F The t-Distribution

d.f.	0.900	0.700	0.500	0.300	0.200	0.100	0.050	0.020	0.010	α value CL	Two- tailed test
	0.100	0.300	0.500	0.700	0.800	0.900	0.950	0.980	0.990		
	0.450	0.350	0.250	0.150	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	α value CL	One- tailed test
	0.550	0.650	0.750	0.850	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995		
Values of t											
1	0.158	0.110	1.000	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657		
2	0.142	0.145	0.816	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925		
3	0.137	0.124	0.765	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841		
4	0.134	0.114	0.741	1.190	1.533	2.132	2.778	3.747	4.604		
5	0.132	0.108	0.727	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032		
6	0.131	0.104	0.718	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707		
7	0.130	0.102	0.711	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499		
8	0.130	0.399	0.706	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355		
9	0.129	0.398	0.703	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250		
10	0.129	0.397	0.700	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169		
11	0.129	0.396	0.697	1.088	1.363	1.798	2.201	2.718	3.106		
12	0.128	0.395	0.695	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055		
13	0.128	0.394	0.694	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012		
14	0.128	0.393	0.692	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977		
15	0.128	0.393	0.691	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947		
16	0.128	0.392	0.690	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921		
17	0.128	0.392	0.689	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898		
18	0.127	0.392	0.688	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878		
19	0.127	0.391	0.688	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861		
20	0.127	0.391	0.687	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845		
21	0.127	0.391	0.686	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831		
22	0.127	0.390	0.686	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819		
23	0.127	0.390	0.685	1.060	1.319	1.714	2.059	2.500	2.807		
24	0.127	0.390	0.685	1.059	1.318	1.711	2.054	2.492	2.797		
25	0.127	0.390	0.684	1.058	1.316	1.708	2.050	2.485	2.787		
26	0.127	0.390	0.684	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779		
27	0.127	0.389	0.684	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771		
28	0.127	0.389	0.683	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763		
29	0.127	0.389	0.683	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756		
30	0.127	0.389	0.683	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750		
40	0.126	0.388	0.681	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704		
60	0.126	0.387	0.679	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660		
120	0.126	0.386	0.677	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617		
∞	0.126	0.385	0.674	1.036	1.282	1.645	1.960	2.328	2.576		

Table A.7 Critical Values for Chi-Squared Distributions



ν	α									
	.995	.99	.975	.95	.90	.10	.05	.025	.01	.005
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.843	5.025	6.637	7.882
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.992	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.344	12.837
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.832	15.085	16.748
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.440	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.012	18.474	20.276
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.022	21.665	23.587
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.724	26.755
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.041	19.812	22.362	24.735	27.687	29.817
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.600	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.577	32.799
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.407	7.564	8.682	10.085	24.769	27.587	30.190	33.408	35.716
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.632	8.906	10.117	11.651	27.203	30.143	32.852	36.190	38.580
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.033	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.670	35.478	38.930	41.399
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.042	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.195	11.688	13.090	14.848	32.007	35.172	38.075	41.637	44.179
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.519	11.523	13.120	14.611	16.473	34.381	37.652	40.646	44.313	46.925
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.807	12.878	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.194	46.962	49.642
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.120	14.256	16.147	17.708	19.768	39.087	42.557	45.772	49.586	52.333
30	13.787	14.954	16.971	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
31	14.457	15.655	17.538	19.280	21.433	41.422	44.985	48.231	52.190	55.000
32	15.134	16.362	18.291	20.072	22.271	42.585	46.194	49.480	53.486	56.328
33	15.814	17.073	19.046	20.866	23.110	43.745	47.400	50.724	54.774	57.646
34	16.501	17.789	19.806	21.664	23.952	44.903	48.602	51.966	56.061	58.964
35	17.191	18.508	20.569	22.465	24.796	46.059	49.802	53.203	57.340	60.272
36	17.887	19.233	21.336	23.269	25.643	47.212	50.998	54.437	58.619	61.581
37	18.584	19.960	22.105	24.075	26.492	48.363	52.192	55.667	59.891	62.880
38	19.289	20.691	22.878	24.884	27.343	49.513	53.384	56.896	61.162	64.181
39	19.994	21.425	23.654	25.695	28.196	50.660	54.572	58.119	62.426	65.473
40	20.706	22.164	24.433	26.509	29.050	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766

For $\nu > 40$, $\chi_{\alpha, \nu}^2 \approx \nu \left(1 - \frac{2}{9\nu} + z_{\alpha} \sqrt{\frac{2}{9\nu}} \right)^3$

6305

Table A.9 Critical Values for F Distributions

		$\nu_1 = \text{numerator df}$								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\nu_2 = \text{denominator df}$	1	.100 39.86	.100 49.50	.100 53.59	.100 55.83	.100 57.24	.100 58.20	.100 58.91	.100 59.44	.100 59.86
		.050 161.45	.050 199.50	.050 215.71	.050 224.58	.050 230.16	.050 233.99	.050 236.77	.050 238.88	.050 240.54
		.010 4052.2	.010 4999.5	.010 5403.4	.010 5624.6	.010 5763.6	.010 5859.0	.010 5928.4	.010 5981.1	.010 6022.5
		.001 405284	.001 500000	.001 540379	.001 562500	.001 576405	.001 585937	.001 592873	.001 598144	.001 602284
	2	.100 8.53	.100 9.00	.100 9.16	.100 9.24	.100 9.29	.100 9.33	.100 9.35	.100 9.37	.100 9.38
		.050 18.51	.050 19.00	.050 19.16	.050 19.25	.050 19.30	.050 19.33	.050 19.35	.050 19.37	.050 19.38
		.010 98.50	.010 99.00	.010 99.17	.010 99.25	.010 99.30	.010 99.33	.010 99.36	.010 99.37	.010 99.39
		.001 998.50	.001 999.00	.001 999.17	.001 999.25	.001 999.30	.001 999.33	.001 999.36	.001 999.37	.001 999.39
	3	.100 5.54	.100 5.46	.100 5.39	.100 5.34	.100 5.31	.100 5.28	.100 5.27	.100 5.25	.100 5.24
		.050 10.13	.050 9.55	.050 9.28	.050 9.12	.050 9.01	.050 8.94	.050 8.89	.050 8.85	.050 8.81
		.010 34.12	.010 30.82	.010 29.46	.010 28.71	.010 28.24	.010 27.91	.010 27.67	.010 27.49	.010 27.35
		.001 167.03	.001 148.50	.001 141.11	.001 137.10	.001 134.58	.001 132.85	.001 131.58	.001 130.62	.001 129.86
4	.100 4.54	.100 4.32	.100 4.19	.100 4.11	.100 4.05	.100 4.01	.100 3.98	.100 3.95	.100 3.94	
	.050 7.71	.050 6.94	.050 6.59	.050 6.39	.050 6.26	.050 6.16	.050 6.09	.050 6.04	.050 6.00	
	.010 21.20	.010 18.00	.010 16.69	.010 15.98	.010 15.52	.010 15.21	.010 14.98	.010 14.80	.010 14.66	
	.001 74.14	.001 61.25	.001 56.18	.001 53.44	.001 51.71	.001 50.53	.001 49.66	.001 49.00	.001 48.47	
5	.100 4.06	.100 3.78	.100 3.62	.100 3.52	.100 3.45	.100 3.40	.100 3.37	.100 3.34	.100 3.32	
	.050 6.61	.050 5.79	.050 5.41	.050 5.19	.050 5.05	.050 4.95	.050 4.88	.050 4.82	.050 4.77	
	.010 16.26	.010 13.27	.010 12.06	.010 11.39	.010 10.97	.010 10.67	.010 10.46	.010 10.29	.010 10.16	
	.001 47.18	.001 37.12	.001 33.20	.001 31.09	.001 29.75	.001 28.83	.001 28.16	.001 27.65	.001 27.24	
6	.100 3.78	.100 3.46	.100 3.29	.100 3.18	.100 3.11	.100 3.05	.100 3.01	.100 2.98	.100 2.96	
	.050 5.99	.050 5.14	.050 4.76	.050 4.53	.050 4.39	.050 4.28	.050 4.21	.050 4.15	.050 4.10	
	.010 13.75	.010 10.92	.010 9.78	.010 9.15	.010 8.75	.010 8.47	.010 8.26	.010 8.10	.010 7.98	
	.001 35.51	.001 27.00	.001 23.70	.001 21.92	.001 20.80	.001 20.03	.001 19.46	.001 19.03	.001 18.69	
7	.100 3.59	.100 3.26	.100 3.07	.100 2.96	.100 2.88	.100 2.83	.100 2.78	.100 2.75	.100 2.72	
	.050 5.59	.050 4.74	.050 4.35	.050 4.12	.050 3.97	.050 3.87	.050 3.79	.050 3.73	.050 3.68	
	.010 12.25	.010 9.55	.010 8.45	.010 7.85	.010 7.46	.010 7.19	.010 6.99	.010 6.84	.010 6.72	
	.001 29.25	.001 21.69	.001 18.77	.001 17.20	.001 16.21	.001 15.52	.001 15.02	.001 14.63	.001 14.33	
8	.100 3.46	.100 3.11	.100 2.92	.100 2.81	.100 2.73	.100 2.67	.100 2.62	.100 2.59	.100 2.56	
	.050 5.32	.050 4.46	.050 4.07	.050 3.84	.050 3.69	.050 3.58	.050 3.50	.050 3.44	.050 3.39	
	.010 11.26	.010 8.65	.010 7.59	.010 7.01	.010 6.63	.010 6.37	.010 6.18	.010 6.03	.010 5.91	
	.001 25.41	.001 18.49	.001 15.83	.001 14.39	.001 13.48	.001 12.86	.001 12.40	.001 12.05	.001 11.77	
9	.100 3.36	.100 3.01	.100 2.81	.100 2.69	.100 2.61	.100 2.55	.100 2.51	.100 2.47	.100 2.44	
	.050 5.12	.050 4.26	.050 3.86	.050 3.63	.050 3.48	.050 3.37	.050 3.29	.050 3.23	.050 3.18	
	.010 10.56	.010 8.02	.010 6.99	.010 6.42	.010 6.06	.010 5.80	.010 5.61	.010 5.47	.010 5.35	
	.001 22.86	.001 16.39	.001 13.90	.001 12.56	.001 11.71	.001 11.13	.001 10.70	.001 10.37	.001 10.11	
10	.100 3.29	.100 2.92	.100 2.73	.100 2.61	.100 2.52	.100 2.46	.100 2.41	.100 2.38	.100 2.35	
	.050 4.96	.050 4.10	.050 3.71	.050 3.48	.050 3.33	.050 3.22	.050 3.14	.050 3.07	.050 3.02	
	.010 10.04	.010 7.56	.010 6.55	.010 5.99	.010 5.64	.010 5.39	.010 5.20	.010 5.06	.010 4.94	
	.001 21.04	.001 14.91	.001 12.55	.001 11.28	.001 10.48	.001 9.93	.001 9.52	.001 9.20	.001 8.96	
11	.100 3.23	.100 2.86	.100 2.66	.100 2.54	.100 2.45	.100 2.39	.100 2.34	.100 2.30	.100 2.27	
	.050 4.84	.050 3.98	.050 3.59	.050 3.36	.050 3.20	.050 3.09	.050 3.01	.050 2.95	.050 2.90	
	.010 9.65	.010 7.21	.010 6.22	.010 5.67	.010 5.32	.010 5.07	.010 4.89	.010 4.74	.010 4.63	
	.001 19.69	.001 14.81	.001 12.56	.001 11.35	.001 10.58	.001 9.95	.001 9.56	.001 9.25	.001 9.02	
12	.100 3.18	.100 2.81	.100 2.61	.100 2.48	.100 2.39	.100 2.33	.100 2.28	.100 2.24	.100 2.21	
	.050 4.75	.050 3.89	.050 3.49	.050 3.26	.050 3.11	.050 3.00	.050 2.91	.050 2.85	.050 2.80	
	.010 9.33	.010 6.93	.010 5.95	.010 5.41	.010 5.06	.010 4.82	.010 4.64	.010 4.50	.010 4.39	
	.001 18.64	.001 13.97	.001 11.80	.001 10.63	.001 9.89	.001 9.30	.001 8.90	.001 8.59	.001 8.38	

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

$\nu_1 = \text{numerator df}$										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
60.19	60.71	61.22	61.74	62.05	62.26	62.53	62.69	62.79	63.06	63.30
241.88	243.91	245.95	248.01	249.26	250.10	251.14	251.77	252.20	253.25	254.19
6055.8	6106.3	6157.3	6208.7	6239.8	6260.6	6286.8	6302.5	6313.0	6339.4	6362.7
605621	610668	615764	620908	624017	626099	628712	630285	631337	633972	636301
9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.49
19.40	19.41	19.43	19.45	19.46	19.46	19.47	19.48	19.48	19.49	19.49
99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.48	99.49	99.50
999.40	999.42	999.43	999.45	999.46	999.47	999.47	999.48	999.48	999.49	999.50
5.23	5.22	5.20	5.18	5.17	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.13
8.79	8.74	8.70	8.66	8.63	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.53
27.23	27.05	26.87	26.69	26.58	26.50	26.41	26.35	26.32	26.22	26.14
129.25	128.32	127.37	126.42	125.84	125.45	124.96	124.66	124.47	123.97	123.53
3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.76
5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.63
14.55	14.37	14.20	14.02	13.91	13.84	13.75	13.69	13.65	13.56	13.47
48.05	47.41	46.76	46.10	45.70	45.43	45.09	44.88	44.75	44.40	44.09
3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.12	3.11
4.74	4.68	4.62	4.56	4.52	4.50	4.46	4.44	4.43	4.40	4.37
10.05	9.89	9.72	9.55	9.45	9.38	9.29	9.24	9.20	9.11	9.03
26.92	26.42	25.91	25.39	25.08	24.87	24.60	24.44	24.33	24.06	23.82
2.94	2.90	2.87	2.84	2.81	2.80	2.78	2.77	2.76	2.74	2.72
4.06	4.00	3.94	3.87	3.83	3.81	3.77	3.75	3.74	3.70	3.67
7.87	7.72	7.56	7.40	7.30	7.23	7.14	7.09	7.06	6.97	6.89
18.41	17.99	17.56	17.12	16.85	16.67	16.44	16.31	16.21	15.98	15.77
2.70	2.67	2.63	2.59	2.57	2.56	2.54	2.52	2.51	2.49	2.47
3.64	3.57	3.51	3.44	3.40	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.23
6.62	6.47	6.31	6.16	6.06	5.99	5.91	5.86	5.82	5.74	5.66
14.08	13.71	13.32	12.93	12.69	12.53	12.33	12.20	12.12	11.91	11.72
2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.30
3.35	3.28	3.22	3.15	3.11	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.93
5.81	5.67	5.52	5.36	5.26	5.20	5.12	5.07	5.03	4.95	4.87
11.54	11.19	10.84	10.48	10.26	10.11	9.92	9.80	9.73	9.53	9.36
2.42	2.38	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.22	2.21	2.18	2.16
3.14	3.07	3.01	2.94	2.89	2.86	2.83	2.80	2.79	2.75	2.71
5.26	5.11	4.96	4.81	4.71	4.65	4.57	4.52	4.48	4.40	4.32
9.89	9.57	9.24	8.90	8.69	8.55	8.37	8.26	8.19	8.00	7.84
2.32	2.28	2.24	2.20	2.17	2.16	2.13	2.12	2.11	2.08	2.06
2.98	2.91	2.85	2.77	2.73	2.70	2.66	2.64	2.62	2.58	2.54
4.85	4.71	4.56	4.41	4.31	4.25	4.17	4.12	4.08	4.00	3.92
8.75	8.45	8.13	7.80	7.60	7.47	7.30	7.19	7.12	6.94	6.78
2.25	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	1.98
2.85	2.79	2.72	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.49	2.45	2.41
4.54	4.40	4.25	4.10	4.01	3.94	3.86	3.81	3.78	3.69	3.61
7.92	7.63	7.32	7.01	6.81	6.68	6.52	6.42	6.35	6.18	6.02
2.19	2.15	2.10	2.06	2.03	2.01	1.99	1.97	1.96	1.93	1.91
2.75	2.69	2.62	2.54	2.50	2.47	2.43	2.40	2.38	2.34	2.30
4.30	4.16	4.01	3.86	3.76	3.70	3.62	3.57	3.54	3.45	3.37
7.29	7.00	6.71	6.40	6.22	6.09	5.93	5.83	5.76	5.59	5.44

(continued)

6305

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

		$\nu_1 = \text{numerator df}$								
		α	1	2	3	4	5	6	7	8
13	.100	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16
	.050	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71
	.010	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19
	.001	17.82	12.31	10.21	9.07	8.35	7.86	7.49	7.21	6.98
14	.100	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12
	.050	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65
	.010	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03
	.001	17.14	11.78	9.73	8.62	7.92	7.44	7.08	6.80	6.58
15	.100	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09
	.050	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
	.010	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89
	.001	16.59	11.34	9.34	8.25	7.57	7.09	6.74	6.47	6.26
16	.100	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06
	.050	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54
	.010	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78
	.001	16.12	10.97	9.01	7.94	7.27	6.80	6.46	6.19	5.98
17	.100	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.01
	.050	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49
	.010	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68
	.001	15.72	10.66	8.73	7.68	7.02	6.56	6.22	5.96	5.75
18	.100	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00
	.050	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46
	.010	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60
	.001	15.38	10.39	8.49	7.46	6.81	6.35	6.02	5.76	5.56
19	.100	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98
	.050	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42
	.010	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52
	.001	15.08	10.16	8.28	7.27	6.62	6.18	5.85	5.59	5.39
20	.100	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96
	.050	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39
	.010	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46
	.001	14.82	9.95	8.10	7.10	6.46	6.02	5.69	5.44	5.24
21	.100	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95
	.050	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37
	.010	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40
	.001	14.59	9.77	7.94	6.95	6.32	5.88	5.56	5.31	5.11
22	.100	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93
	.050	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34
	.010	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35
	.001	14.38	9.61	7.80	6.81	6.19	5.76	5.44	5.19	4.99
23	.100	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92
	.050	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32
	.010	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30
	.001	14.20	9.47	7.67	6.70	6.08	5.65	5.33	5.09	4.89
24	.100	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91
	.050	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30
	.010	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26
	.001	14.03	9.34	7.55	6.59	5.98	5.55	5.23	4.99	4.80

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

$\nu_1 = \text{numerator df}$										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.85
2.67	2.60	2.53	2.46	2.41	2.38	2.34	2.31	2.30	2.25	2.21
4.10	3.96	3.82	3.66	3.57	3.51	3.43	3.38	3.34	3.25	3.18
6.80	6.52	6.23	5.93	5.75	5.63	5.47	5.37	5.30	5.14	4.99
2.10	2.05	2.01	1.96	1.93	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.80
2.60	2.53	2.46	2.39	2.34	2.31	2.27	2.24	2.22	2.18	2.14
3.94	3.80	3.66	3.51	3.41	3.35	3.27	3.22	3.18	3.09	3.02
6.40	6.13	5.85	5.56	5.38	5.25	5.10	5.00	4.94	4.77	4.62
2.06	2.02	1.97	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.76
2.54	2.48	2.40	2.33	2.28	2.25	2.20	2.18	2.16	2.11	2.07
3.80	3.67	3.52	3.37	3.28	3.21	3.13	3.08	3.05	2.96	2.88
6.08	5.81	5.54	5.25	5.07	4.95	4.80	4.70	4.64	4.47	4.33
2.03	1.99	1.94	1.89	1.86	1.84	1.81	1.79	1.78	1.75	1.72
2.49	2.42	2.35	2.28	2.23	2.19	2.15	2.12	2.11	2.06	2.02
3.69	3.55	3.41	3.26	3.16	3.10	3.02	2.97	2.93	2.84	2.76
5.81	5.55	5.27	4.99	4.82	4.70	4.54	4.45	4.39	4.23	4.08
2.00	1.96	1.91	1.86	1.83	1.81	1.78	1.76	1.75	1.72	1.69
2.45	2.38	2.31	2.23	2.18	2.15	2.10	2.08	2.06	2.01	1.97
3.59	3.46	3.31	3.16	3.07	3.00	2.92	2.87	2.83	2.75	2.66
5.58	5.32	5.05	4.78	4.60	4.48	4.33	4.24	4.18	4.02	3.87
1.98	1.93	1.89	1.84	1.80	1.78	1.75	1.74	1.72	1.69	1.66
2.41	2.34	2.27	2.19	2.14	2.11	2.06	2.04	2.02	1.97	1.92
3.51	3.37	3.23	3.08	2.98	2.92	2.84	2.78	2.75	2.66	2.58
5.39	5.13	4.87	4.59	4.42	4.30	4.15	4.06	4.00	3.84	3.69
1.96	1.91	1.86	1.81	1.78	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.64
2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.93	1.88
3.43	3.30	3.15	3.00	2.91	2.84	2.76	2.71	2.67	2.58	2.50
5.22	4.97	4.70	4.43	4.26	4.14	3.99	3.90	3.84	3.68	3.53
1.94	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.69	1.68	1.64	1.61
2.35	2.28	2.20	2.12	2.07	2.04	1.99	1.97	1.95	1.90	1.85
3.37	3.23	3.09	2.94	2.84	2.78	2.69	2.64	2.61	2.52	2.43
5.08	4.82	4.56	4.29	4.12	4.00	3.86	3.77	3.70	3.54	3.40
1.92	1.87	1.83	1.78	1.74	1.72	1.69	1.67	1.66	1.62	1.59
2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.92	1.87	1.82
3.31	3.17	3.03	2.88	2.79	2.72	2.64	2.58	2.55	2.46	2.37
4.95	4.70	4.44	4.17	4.00	3.88	3.74	3.64	3.58	3.42	3.28
1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.60	1.57
2.30	2.23	2.15	2.07	2.02	1.98	1.94	1.91	1.89	1.84	1.79
3.26	3.12	2.98	2.83	2.73	2.67	2.58	2.53	2.50	2.40	2.32
4.83	4.58	4.33	4.06	3.89	3.78	3.63	3.54	3.48	3.32	3.17
1.89	1.84	1.80	1.74	1.71	1.69	1.66	1.64	1.62	1.59	1.55
2.27	2.20	2.13	2.05	2.00	1.96	1.91	1.88	1.86	1.81	1.76
3.21	3.07	2.93	2.78	2.69	2.62	2.54	2.48	2.45	2.35	2.27
4.73	4.48	4.23	3.96	3.79	3.68	3.53	3.44	3.38	3.22	3.08
1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.57	1.54
2.25	2.18	2.11	2.03	1.97	1.94	1.89	1.86	1.84	1.79	1.74
3.17	3.03	2.89	2.74	2.64	2.58	2.49	2.44	2.40	2.31	2.22
4.64	4.39	4.14	3.87	3.71	3.59	3.45	3.36	3.29	3.14	2.99

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

		$\nu_1 = \text{numerator df}$									
		α	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\nu_2 = \text{denominator df}$	25	.100	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89
		.050	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28
		.010	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22
		.001	13.88	9.22	7.45	6.49	5.89	5.46	5.15	4.91	4.71
	26	.100	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88
		.050	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27
		.010	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18
		.001	13.74	9.12	7.36	6.41	5.80	5.38	5.07	4.83	4.64
	27	.100	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87
		.050	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25
		.010	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15
		.001	13.61	9.02	7.27	6.33	5.73	5.31	5.00	4.76	4.57
	28	.100	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87
		.050	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24
		.010	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12
		.001	13.50	8.93	7.19	6.25	5.66	5.24	4.93	4.69	4.50
	29	.100	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86
		.050	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22
		.010	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09
		.001	13.39	8.85	7.12	6.19	5.59	5.18	4.87	4.64	4.45
30	.100	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	
	.050	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	
	.010	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	
	.001	13.29	8.77	7.05	6.12	5.53	5.12	4.82	4.58	4.39	
40	.100	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	
	.050	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	
	.010	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	
	.001	12.61	8.25	6.59	5.70	5.13	4.73	4.44	4.21	4.02	
50	.100	2.81	2.41	2.20	2.06	1.97	1.90	1.84	1.80	1.76	
	.050	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	
	.010	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78	
	.001	12.22	7.96	6.34	5.46	4.90	4.51	4.22	4.00	3.82	
60	.100	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	
	.050	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	
	.010	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	
	.001	11.97	7.77	6.17	5.31	4.76	4.37	4.09	3.86	3.69	
100	.100	2.76	2.36	2.14	2.00	1.91	1.83	1.78	1.73	1.69	
	.050	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	
	.010	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	
	.001	11.50	7.41	5.86	5.02	4.48	4.11	3.83	3.61	3.44	
200	.100	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66	
	.050	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	
	.010	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	
	.001	11.15	7.15	5.63	4.81	4.29	3.92	3.65	3.43	3.26	
1000	.100	2.71	2.31	2.09	1.95	1.85	1.78	1.72	1.68	1.64	
	.050	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89	
	.010	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.43	
	.001	10.89	6.96	5.46	4.65	4.14	3.78	3.51	3.30	3.13	

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

$\nu_1 = \text{numerator df}$										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
1.87	1.82	1.77	1.72	1.68	1.66	1.63	1.61	1.59	1.56	1.52
2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.84	1.82	1.77	1.72
3.13	2.99	2.85	2.70	2.60	2.54	2.45	2.40	2.36	2.27	2.18
4.56	4.31	4.06	3.79	3.63	3.52	3.37	3.28	3.22	3.06	2.91
1.86	1.81	1.76	1.71	1.67	1.65	1.61	1.59	1.58	1.54	1.51
2.22	2.15	2.07	1.99	1.94	1.90	1.85	1.82	1.80	1.75	1.70
3.09	2.96	2.81	2.66	2.57	2.50	2.42	2.36	2.33	2.23	2.14
4.48	4.24	3.99	3.72	3.56	3.44	3.30	3.21	3.15	2.99	2.84
1.85	1.80	1.75	1.70	1.66	1.64	1.60	1.58	1.57	1.53	1.50
2.20	2.13	2.06	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.79	1.73	1.68
3.06	2.93	2.78	2.63	2.54	2.47	2.38	2.33	2.29	2.20	2.11
4.41	4.17	3.92	3.66	3.49	3.38	3.23	3.14	3.08	2.92	2.78
1.84	1.79	1.74	1.69	1.65	1.63	1.59	1.57	1.56	1.52	1.48
2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.71	1.66
3.03	2.90	2.75	2.60	2.51	2.44	2.35	2.30	2.26	2.17	2.08
4.35	4.11	3.86	3.60	3.43	3.32	3.18	3.09	3.02	2.86	2.72
1.83	1.78	1.73	1.68	1.64	1.62	1.58	1.56	1.55	1.51	1.47
2.18	2.10	2.03	1.94	1.89	1.85	1.81	1.77	1.75	1.70	1.65
3.00	2.87	2.73	2.57	2.48	2.41	2.33	2.27	2.23	2.14	2.05
4.29	4.05	3.80	3.54	3.38	3.27	3.12	3.03	2.97	2.81	2.66
1.82	1.77	1.72	1.67	1.63	1.61	1.57	1.55	1.54	1.50	1.46
2.16	2.09	2.01	1.93	1.88	1.84	1.79	1.76	1.74	1.68	1.63
2.98	2.84	2.70	2.55	2.45	2.39	2.30	2.25	2.21	2.11	2.02
4.24	4.00	3.75	3.49	3.33	3.22	3.07	2.98	2.92	2.76	2.61
1.76	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.42	1.38
2.08	2.00	1.92	1.84	1.78	1.74	1.69	1.66	1.64	1.58	1.52
2.80	2.66	2.52	2.37	2.27	2.20	2.11	2.06	2.02	1.92	1.82
3.87	3.64	3.40	3.14	2.98	2.87	2.73	2.64	2.57	2.41	2.25
1.73	1.68	1.63	1.57	1.53	1.50	1.46	1.44	1.42	1.38	1.33
2.03	1.95	1.87	1.78	1.73	1.69	1.63	1.60	1.58	1.51	1.45
2.70	2.56	2.42	2.27	2.17	2.10	2.01	1.95	1.91	1.80	1.70
3.67	3.44	3.20	2.95	2.79	2.68	2.53	2.44	2.38	2.21	2.05
1.71	1.66	1.60	1.54	1.50	1.48	1.44	1.41	1.40	1.35	1.30
1.99	1.92	1.84	1.75	1.69	1.65	1.59	1.56	1.53	1.47	1.40
2.63	2.50	2.35	2.20	2.10	2.03	1.94	1.88	1.84	1.73	1.62
3.54	3.32	3.08	2.83	2.67	2.55	2.41	2.32	2.25	2.08	1.92
1.66	1.61	1.56	1.49	1.45	1.42	1.38	1.35	1.34	1.28	1.22
1.93	1.85	1.77	1.68	1.62	1.57	1.52	1.48	1.45	1.38	1.30
2.50	2.37	2.22	2.07	1.97	1.89	1.80	1.74	1.69	1.57	1.45
3.30	3.07	2.84	2.59	2.43	2.32	2.17	2.08	2.01	1.83	1.64
1.63	1.58	1.52	1.46	1.41	1.38	1.34	1.31	1.29	1.23	1.16
1.88	1.80	1.72	1.62	1.56	1.52	1.46	1.41	1.39	1.30	1.21
2.41	2.27	2.13	1.97	1.87	1.79	1.69	1.63	1.58	1.45	1.30
3.12	2.90	2.67	2.42	2.26	2.15	2.00	1.90	1.83	1.64	1.43
1.61	1.55	1.49	1.43	1.38	1.35	1.30	1.27	1.25	1.18	1.08
1.84	1.76	1.68	1.58	1.52	1.47	1.41	1.36	1.33	1.24	1.11
2.34	2.20	2.06	1.90	1.79	1.72	1.61	1.54	1.50	1.35	1.16
2.99	2.77	2.54	2.30	2.14	2.02	1.87	1.77	1.69	1.49	1.22